6 Platzhalteraufgaben

Sind die Logik der Operationen und ihre Verbindung zueinander nicht sicher erschlossen, ergeben sich in der Regel Probleme bei Aufgaben, deren Präsentation nicht der gewohnten Form entspricht: Platzhalteraufgaben. Rechenschwache Kinder stoßen hier schnell an ihre Grenzen.

6.1 $\square - 3 = 7$ Immer Ärger mit den „Kästchenaufgaben“!

Der offizielle Name dieses Aufgabentyps in Didaktik-Büchern lautet „Gleichungen mit Platzhaltern“. Dieser Name gibt einen ersten Hinweis darauf, dass man hier nicht einfach drauflos rechnen kann, sondern ein gewisses Gleichungsverständnis benötigt. Wir verwenden einen noch deutlicheren Namen und nennen sie „analytische Aufgaben“, da ohne Analyse der Gleichung eine sinnvolle Bearbeitung gar nicht geht.

> Die Bezeichnung „Gleichung“ wird in der Didaktik für zwei Vorstellungen genutzt.
>
> $\square - 3 = 7$: Merlin verliert beim Spielen drei Murmeln, dann hat er noch sieben. Wie viele Murmeln hatte er zu Spielbeginn? Hier ist $\square - 3 = 7$ eine Gleichung, die auf das Teile-/Ganzes-Konzept zurückgeht, eine Gesamtmenge mit zwei Teilmengen.
>
> $\square - 3 = 7$: Merlin verliert beim Spielen drei Murmeln, dann hat er genauso viele Murmeln wie Marie, die sieben Murmeln hat. Wie viele Murmeln hatte er zu Spielbeginn? Hier ist $\square - 3 = 7$ eine Gleichung, bei der der Wert der Differenz „sieben“ nicht eine Teilmenge von „zehn“ ist, sondern eine unabhängige Vergleichsanzahl darstellt.

„Immer vom Größeren abziehen“

Carolin ist in der zweiten Klasse und ihr Kopf ist voller Regeln. Sie sieht $\square - 3 = 7$ und überlegt, was sie hier rechnen muss. Das ist für sie nicht schwer zu ermitteln, denn es steht ja ein Minuszeichen da und deshalb ist für sie entschieden, dass man hier „minus machen“ muss. Die Reihenfolge der Zahlen in der Gleichung lässt sie kurz inne halten – doch dann hat sie schon die passende Regel parat: „Ich darf immer nur ‚große Zahl‘ minus ‚kleine Zahl‘ rechnen“, verkündet sie. „Also sieben minus drei. Und das ist…“ – sie blickt kurz auf ihre Finger – „…vier!“ Sie notiert eine „4“ im Kästchen und ist sich ganz sicher, richtig gerechnet zu haben. Dass auf dem Papier die falsche Gleichung $\boxed{4} - 3 = 7$ steht, löst bei ihr keinen Widerspruch aus. Auf die Bitte hin, die Rechnung noch einmal vorzulesen, liest sie nicht gemäß der lateinischen Schreibrichtung vor, sondern wiederholt lediglich ihre Rechnung: „Sieben minus drei ist gleich vier.“

Hier wird deutlich, dass Carolin die zu bearbeitende Aufgabe nicht als eine Gleichung wahrnimmt, in der der Minuend fehlt. Jeglicher Aufgabenstellung – seien es „normale“ Additions- oder Subtraktionsaufgaben oder werden sie als Platzhalteraufgaben bzw. Sachaufgaben dargeboten – entnimmt sie die reinen Zahlangaben und versucht, sie mit einer Rechenoperation zu verknüpfen. Carolin kann die Rechenart überhaupt nicht über eine Analyse der vorliegenden Gleichung ermitteln. Stattdessen löst sie schlicht das Rechenzeichen aus dem Kontext der Gleichung und verwendet es als Rechenvorschrift.

Aufgaben wie 7 + 3 oder 10 – 3 sind für Kinder wie Carolin häufig keine Hürde, denn hier führt die Übersetzung des Operationszeichens in eine Zähl- bzw. Rechenrichtung durchaus zur richtigen Lösung. Ganz anders sieht die Situation bei analytischen Aufgaben aus, zu denen die Platzhalteraufgaben und die verbal beschriebenen Sachsituationen gehören. Hier treten auf einmal ganz erhebliche Schwierigkeiten auf. Bei Sachaufgaben gelingt es nicht, die beschriebene quantitative Veränderung in die zugehörige arithmetische Operation zu übertragen. Da hier keine Rechenart angegeben ist, sind diese Kinder bei Texten hilflos und darauf angewiesen, bestimmte Schlüsselworte zu entdecken, um überhaupt rechnen zu können. „Bei Geld muss man ‚plus‘ machen!“, lautet gelegentlich eine solche Regel. Dies führt dazu, dass zur Sachaufgabe „Ein Mädchen hat zehn Euro und kauft eine Puppe für drei Euro“ 10 + 3 gerechnet wird.

„Ich muss das andere nehmen…“

Jan aus der dritten Klasse ist da einen Schritt weiter. Nicht unbedingt im Verständnis, aber immerhin hinsichtlich der Trefferquote. Zu $\square - 3 = 7$ hat er die verblüffende Antwort parat: „Ach ja, das mit den Kästchen kenn’ ich. Das sind die Reinleger-Aufgaben!“ – *„Reinleger-Aufgaben?“* – „Ja“, sagt Jan, „da muss man immer *das andere* nehmen!“ und klärt auf: „Da steht zwar ‚minus‘ – aber das stimmt gar nicht! Man muss hier das andere nehmen, also ‚plus‘ machen. Drei plus sieben gibt zehn. Zehn kommt da rein!“ Und er schreibt $\boxed{10} - 3 = 7$ auf das

Papier. Auf die Nachfrage, warum das so sei, antwortet Jan ehrlich: „Keine Ahnung! Aber das ist eben so. Hat sich einer mal ausgedacht.“

Mathematik besteht in Jans Vorstellung aus jeder Menge Fallen, welche die Lehrer aufstellen, um die Kinder „reinzulegen“. Nur die ganz Pfiffigen – und dazu zählt er sich – kennen die ganzen Tricks und Kniffe, ihnen zu entgehen. Er hat keinerlei Vorstellung davon, warum man „das andere“ nehmen muss. Mit „Reinleger-Aufgaben“ drückt er in seiner Sprache aus, dass es da inhaltlich nichts zu begreifen gibt. Die qualitative Analyse ergibt bei Jan ähnlich wie bei Carolin ein fehlendes Verständnis der Grundrechenarten – auch wenn seine Ergebnisse formal oft richtig sind.

Täuschend ist bei Jan, dass er jüngst eine Klassenarbeit mit eben diesen Platzhalteraufgaben erstaunlich gut gemeistert hat, wenngleich er bei einigen wenigen Aufgaben mit seinen Lösungsvorschlägen daneben lag (so notierte er z. B. $7 - \boxed{10} = 3$). Er erhielt anhand der erzielten Punkte ein „gut“ und die Lehrerin war daraufhin der Auffassung, dass er die Logik dieser Aufgaben im Großen und Ganzen verstanden habe, die „Anti-Reinlege“-Strategie war auch ihr unbekannt. Mit dieser Technik lassen sich viele richtige Treffer erzielen – völlig ohne Verständnis. Es gibt vier Varianten: plus und minus und jeweils der erste oder zweite Operand wird gesucht. In drei von vier Fällen benötigt man tatsächlich die Umkehrung („das andere“) für die Lösung. Dies erklärt Jans Note „gut“.

„…außer ‚minus‘ mit Lücke hinten“

Aus unserer Arbeit wissen wir, dass Jans „Anti-Reinlege“-Strategie in der Trefferquote noch überboten werden kann. Mandy aus der vierten Klasse teilte ihre Merkregel mit: „Bei dieser Sorte Aufgaben wählt man die entgegengesetzte Rechenart – außer bei ‚minus‘ mit Lücke hinten!“ Auch als erfahrene Lerntherapeuten werden wir durchaus noch in Erstaunen versetzt. Zum einen über den riesigen Regelwust, der sich in dreieinhalb Schuljahren bei Mandy angesammelt hat. Zum anderen über die immense Anstrengung, die damit verbunden ist, sich das alles zu merken.

Und Mandy hat wirklich für *alles* eine Regel parat: für das „Häuserrechnen“, für den „Überschlag“ (für sie auch eine „Rechenart“), für das „Schrägrechnen“ (sie meint die schriftliche Division) und so weiter und so fort. Gefragt, wie viele Rechenarten es denn gebe, verblüfft ihre Antwort: „Ach, bestimmt hundert oder so. Wir machen ja jeden Tag eine neue!“

Was ist zu tun?

An Mandy und Jan kann man studieren, dass Gedächtnisprobleme keine Ursache für ihre Rechenschwäche sind. Mit einem fundiertem Verständnis muss man in der Mathematik eigentlich nur recht wenig auswendig lernen. Für Kinder ohne Hintergrundwissen ist dies allerdings anders, sie versuchen alles und jedes auswendig zu lernen und würzen es mit einer Prise eigener Regeln. Bei solchen Kindern wirken sich dann Gedächtnisprobleme tatsächlich ganz erheblich aus. Abhilfe verschafft jedoch kein isoliertes Gedächtnistraining, sondern die mathematischen Sachverhalte sind neu zu erarbeiten. Und da heißt es gegebenenfalls zum Grundkonzept der Subtraktion zurückzukehren. Ein Denkanstoß hierfür wäre:

Wie ist das mit dem Teile-/Ganzes-Konzept bei minus?
Die allgemeine Grundvorstellung von der Subtraktion gilt gleichermaßen für zwei Schreibweisen von Subtraktionsgleichungen:
$\square - \square = \square$ und $\square = \square - \square$

Von der Gesamtanzahl, dem Ganzen, wird etwas weggenommen: $\square - \square = \square$

Ein Teil vom Ganzen wird weggenommen: $\square - \square = \square$

Der andere Teil vom Ganzen bleibt übrig, die Differenz zwischen Gesamtanzahl und Anzahl des weggenommenen Teils.
Er steht isoliert: $\square - \square = \square$ oder $\square = \square - \square$